Les parallélogrammes

Le parallélogramme est un quadrilatère aux côtés opposés parallèles, avec un centre de symétrie. Tu sauras utiliser ses propriétés et prouver qu'un quadrilatère en est un.

L'ESSENTIEL

Un parallélogramme a ses côtés opposés parallèles et de même longueur, des diagonales qui se coupent en leur milieu et des angles opposés égaux.

Angles opposés égaux ; angles consécutifs : somme 180°

Astuce : Pousse un rectangle sur le côté : il penche, mais ses côtés opposés restent parallèles et de même longueur.

- Un parallélogramme est un quadrilatère dont les côtés opposés sont parallèles.
- Ses côtés opposés ont la même longueur.
- Ses diagonales se coupent en leur milieu, qui est son centre de symétrie.
- Ses angles opposés sont égaux ; deux angles consécutifs ont pour somme 180°.
- Diagonales de même milieu : c'est un parallélogramme.
- Non croisé avec deux côtés opposés parallèles et de même longueur : c'est un parallélogramme.

EXEMPLE GUIDÉ

EFGH est un parallélogramme de centre O : EF = 9 cm, FH = 14 cm et l'angle en E mesure 75°. Trouve GH, OH, puis les angles en G et en F.

1. Les côtés opposés ont la même longueur : GH = EF = 9 cm.
2. Les diagonales se coupent en leur milieu : OH = FH ÷ 2 = 14 ÷ 2 = 7 cm.
3. Les angles opposés sont égaux : l'angle en G mesure 75°. L'angle en F, consécutif, mesure 180° – 75° = 105°.

PIÈGE DU BREVET

Les diagonales ne sont pas égales

PIÈGE DU BREVET (SUITE)

Dans un parallélogramme quelconque, les diagonales se coupent en leur milieu, mais elles n'ont pas la même longueur et ne sont pas perpendiculaires. Utilise seulement les propriétés du cours, pas ce que la figure a l'air de montrer.

EXERCICE TYPE BREVET

Le cadre du menuisier

Un menuisier assemble un cadre ABCD non croisé avec AB = 6 cm, BC = 4 cm, CD = 6 cm et DA = 4 cm. L'angle en B mesure 115° et la diagonale [AC] mesure 8,5 cm.

1. Démontre que ABCD est un parallélogramme.

2. Calcule les mesures des angles en D et en A.

3. Les diagonales se coupent en E. Calcule AE.

Indice : Compare les côtés opposés, puis utilise les angles opposés, les angles consécutifs et les diagonales.

CORRIGÉ

1. ABCD est non croisé et ses côtés opposés sont égaux deux à deux (AB = CD = 6 cm, BC = DA = 4 cm) : c'est un parallélogramme.

2. Les angles opposés sont égaux : l'angle en D mesure 115°, comme l'angle en B.

Deux angles consécutifs sont supplémentaires : l'angle en A mesure 180° − 115° = 65°.

3. Les diagonales d'un parallélogramme se coupent en leur milieu : AE = 8,5 ÷ 2 = 4,25 cm.