Translations et rotations

Une translation fait glisser une figure, une rotation la fait tourner autour d'un point. Tu sauras construire leurs images et savoir ce qui ne change pas.

L'ESSENTIEL

Une translation fait glisser une figure, une rotation la fait tourner autour d'un point : les deux conservent les longueurs, les angles et les aires.

Astuce : Translation : le même déplacement pour chaque point. Rotation : même centre, même angle, même sens, et le compas garde la distance au centre.

- La translation qui transforme A en B fait glisser chaque point comme A vers B.
- Si elle transforme C en D, ABDC est un parallélogramme.
- Une rotation se définit par un centre, un angle et un sens.
- Si A' est l'image de A par la rotation de centre O, alors OA' = OA et l'angle AOA' est l'angle de la rotation.
- Translations et rotations conservent longueurs, angles, aires et alignement.
- La rotation de centre O et d'angle 180° est la symétrie de centre O.

EXEMPLE GUIDÉ

Sur un quadrillage, A(2 ; 1). On cherche l'image de A par la rotation de centre O(0 ; 0), d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

1. Je repère le trajet de O à A : 2 carreaux vers la droite, puis 1 vers le haut.
2. Un quart de tour dans le sens inverse des aiguilles d'une montre change « droite » en « haut » et « haut » en « gauche ».
3. Depuis O, je compte donc 2 carreaux vers le haut et 1 vers la gauche : l'image de A est A'(−1 ; 2).

PIÈGE DU BREVET

L'ordre des lettres du parallélogramme

PIÈGE DU BREVET (SUITE)

Si la translation qui transforme A en B transforme C en D, le parallélogramme est ABDC, et non ABCD. Trace les flèches de A vers B et de C vers D : elles doivent être parallèles, de même longueur et de même sens.

EXERCICE TYPE BREVET

Le motif sur quadrillage

Dans un repère à quadrillage, on place A(1 ; 1), B(4 ; 1) et C(1 ; 3). Le triangle ABC est rectangle en A.

1. Donne les coordonnées des images A', B' et C' de A, B et C par la translation qui transforme A en D(3 ; 4).

2. Donne les coordonnées des images de B et de C par la rotation de centre A, d'angle 90°, dans le sens inverse des aiguilles d'une montre.

3. Calcule l'aire du triangle ABC, puis celle de ses deux images.

Indice : La translation déplace chaque point comme A vers D ; pour la rotation, un déplacement vers la droite devient un déplacement vers le haut.

CORRIGÉ

1. De A(1 ; 1) à D(3 ; 4), on avance de 2 vers la droite et de 3 vers le haut. A'(3 ; 4), B'(6 ; 4) et C'(3 ; 6).

2. B est 3 carreaux à droite de A : après un quart de tour, son image est 3 carreaux au-dessus de A, au point (1 ; 4).

C est 2 carreaux au-dessus de A : son image est 2 carreaux à gauche de A, au point (−1 ; 1).

3. AB = 3 et AC = 2, donc l'aire de ABC vaut 3 × 2 ÷ 2 = 3 unités d'aire.

Translations et rotations conservent les aires : les deux images ont aussi une aire de 3 unités d'aire.