Développer et réduire

En calcul littéral, une lettre représente un nombre. Tu sauras réduire une expression, la développer avec la distributivité simple ou double, et la factoriser quand un facteur commun apparaît.

L'ESSENTIEL

Une lettre remplace un nombre : on réduit une expression, on développe un produit en somme, ou on factorise une somme en produit.

$k(a + b) = ka + kb$; $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$

Astuce : Développer, c'est ouvrir la parenthèse (produit vers somme) ; factoriser, c'est tout ranger dans une parenthèse (somme vers produit).

- Réduire : regrouper les termes de même nature, par exemple $3x + 5x = 8x$.
- $x \times x = x^2$; $4x \times 3x = 12x^2$.
- Distributivité simple : $k(a + b) = ka + kb$.
- Double distributivité : $(a + b)(c + d) = ac + ad + bc + bd$, puis on réduit.
- Factoriser : $ka + kb = k(a + b)$, en repérant le facteur commun.
- Pour vérifier une factorisation, on la développe.

EXEMPLE GUIDÉ

Développer et réduire $(x + 4)(x - 2)$.

1. Je multiplie chaque terme de la première parenthèse par chaque terme de la seconde : $x \times x$, $x \times (-2)$, $4 \times x$ et $4 \times (-2)$.

2. J'écris : $x^2 - 2x + 4x - 8$.

3. Je réduis les termes en x : $(x + 4)(x - 2) = x^2 + 2x - 8$.

PIÈGE DU BREVET

Le signe moins devant la parenthèse

Avec un facteur négatif, le signe s'applique à chaque terme : $-3(x - 4) = -3x + 12$, et non $-3x - 12$. Écris chaque produit, $-3 \times x$ puis $-3 \times (-4)$, avant de conclure.

EXERCICE TYPE BREVET

Des aires et des lettres

Un rectangle a pour longueur $x + 5$ et pour largeur $x + 2$, en centimètres. Un carré a pour côté x, en centimètres (x est un nombre positif).

1. Montre que l'aire du rectangle est égale à $x^2 + 7x + 10$.
2. Montre que la différence entre l'aire du rectangle et celle du carré est égale à $7x + 10$.
3. Calcule cette différence pour $x = 3$.

Indice : L'aire d'un rectangle est longueur × largeur : développe ce produit par double distributivité.

CORRIGÉ

1. Aire du rectangle : $(x + 5)(x + 2) = x^2 + 2x + 5x + 10 = x^2 + 7x + 10$.
2. Aire du carré : x^2. Différence : $x^2 + 7x + 10 - x^2 = 7x + 10$.
3. Pour $x = 3$: $7 \times 3 + 10 = 31$. Vérification : $8 \times 5 - 3^2 = 40 - 9 = 31$.

La différence des aires vaut 31 cm².