Agrandissements, réductions et Thalès dans le triangle

Agrandir ou réduire une figure, c'est multiplier toutes ses longueurs par un même nombre. Tu sauras mesurer l'effet sur les aires et les volumes, et calculer une longueur avec le théorème de Thalès.

L'ESSENTIEL

Agrandir ou réduire de rapport k multiplie les longueurs par k, les aires par k^2 et les volumes par k^3.

Aires × k^2, volumes × k^3 ; Thalès : AM/AB = AN/AC = MN/BC

Astuce : Regarde l'unité : des cm pour k, des cm^2 pour k^2, des cm^3 pour k^3. L'exposant de l'unité te donne celui de k.

- Agrandir ou réduire de rapport k, c'est multiplier toutes les longueurs par k.
- k plus grand que 1 : agrandissement ; k entre 0 et 1 : réduction. Les angles ne changent pas.
- Les aires sont multipliées par k^2, les volumes par k^3.
- Thalès : si M est sur [AB], N sur [AC] et (MN) parallèle à (BC), alors AM/AB = AN/AC = MN/BC.
- Pour calculer une longueur, on garde deux rapports égaux et on fait un produit en croix.
- Petit triangle au numérateur, grand triangle au dénominateur, côtés dans le même ordre.

EXEMPLE GUIDÉ

M est sur [AB], N sur [AC] et (MN) est parallèle à (BC). AM = 4 cm, AB = 10 cm et AC = 15 cm. On cherche AN.

1. Je vérifie les conditions : M sur [AB], N sur [AC] et (MN) parallèle à (BC), donc j'applique Thalès.
2. J'écris les deux rapports utiles : AM/AB = AN/AC, soit 4/10 = AN/15.
3. Produit en croix : AN = 15 × 4 ÷ 10 = 6 cm.

PIÈGE DU BREVET

Le carré oublié pour les aires

Si les longueurs sont multipliées par 3, l'aire n'est pas multipliée par 3 mais par $3^2 = 9$, et le volume par $3^3 = 27$. Avant de répondre, regarde l'unité : des cm^2 appellent k^2, des cm^3 appellent k^3.

EXERCICE TYPE BREVET

La hauteur de l'arbre

Pour mesurer un arbre, Sacha plante un bâton vertical de 1,5 m. Au soleil, l'extrémité de l'ombre du bâton coïncide avec celle de l'ombre de l'arbre, au point A.

On appelle M le pied du bâton, N son sommet, B le pied de l'arbre et C son sommet. Les points A, M, B sont alignés, ainsi que A, N, C, et (MN) est parallèle à (BC). On mesure AM = 2 m et AB = 12 m.

1. Calcule la hauteur BC de l'arbre.

2. Le triangle ABC est un agrandissement du triangle AMN : de quel rapport ? Par combien l'aire est-elle multipliée ?

Indice : Le bâton et l'arbre sont verticaux, donc parallèles : c'est la configuration de Thalès dans le triangle ABC.

CORRIGÉ

1. M est sur [AB], N sur [AC] et (MN) est parallèle à (BC). D'après le théorème de Thalès : AM/AB = MN/BC.

Donc 2/12 = 1,5/BC, et BC = 12 × 1,5 ÷ 2 = 18 ÷ 2 = 9.

L'arbre mesure 9 m de haut.

2. Le rapport d'agrandissement est AB ÷ AM = 12 ÷ 2 = 6 (on vérifie : 1,5 × 6 = 9).

Les aires sont multipliées par $6^2 = 36$: l'aire de ABC est 36 fois celle de AMN.