Fonctions linéaires et affines

Les fonctions linéaires et affines sont représentées par des droites. Tu sauras les reconnaître, les tracer, lire leur coefficient directeur et leur ordonnée à l'origine, et les relier à la proportionnalité.

L'ESSENTIEL

Une fonction affine f(x) = ax + b est représentée par une droite ; si b = 0, elle est linéaire et traduit une proportionnalité.

f(x) = ax + b, avec a = différence des images ÷ différence des x

Astuce : b, c'est le point de départ sur l'axe vertical ; a, c'est la pente : de combien la droite monte quand tu avances de 1.

- Fonction linéaire : f(x) = ax. Elle modélise une situation de proportionnalité.
- Fonction affine : f(x) = ax + b, avec a le coefficient directeur et b l'ordonnée à l'origine.
- Une fonction affine est représentée par une droite ; si elle est linéaire, la droite passe par l'origine.
- La droite coupe l'axe des ordonnées au point (0 ; b).
- a = (différence des images) ÷ (différence des nombres de départ).
- a strictement positif : la droite monte ; a strictement négatif : elle descend ; a = 0 : elle est horizontale.
- Un point (x ; y) est sur la droite si y = f(x).

EXEMPLE GUIDÉ

Une fonction affine g vérifie g(1) = 6 et g(4) = −3. Trouve son expression g(x) = ax + b.

1. Je calcule a = (−3 − 6) ÷ (4 − 1) = −9 ÷ 3 = −3.
2. J'écris g(x) = −3x + b et j'utilise g(1) = 6 : −3 + b = 6, donc b = 9.
3. Je vérifie avec l'autre point : g(4) = −12 + 9 = −3.
4. Donc g(x) = −3x + 9 ; a est négatif, la droite descend.

PIÈGE DU BREVET

Linéaire ou affine ?

Une fonction linéaire est affine avec b = 0, mais une fonction affine avec b non nul n'est pas linéaire : sa droite ne passe pas par l'origine et elle ne traduit pas une proportionnalité. Regarde toujours si b vaut 0.

EXERCICE TYPE BREVET

Deux tarifs de location

Un loueur de kayaks propose deux tarifs. Tarif A : 6 € par heure. Tarif B : 15 € de forfait, plus 3 € par heure.

1. Calcule le prix de 3 heures de location avec chaque tarif.

2. On note x le nombre d'heures. Exprime le prix f(x) du tarif A et le prix g(x) du tarif B. Laquelle de ces fonctions est linéaire ?

3. Pour quelle durée les deux tarifs sont-ils égaux ?

4. Quel tarif choisir pour une location de 8 heures ?

Indice : Pour la question 3, résous l'équation f(x) = g(x).

CORRIGÉ

1. Tarif A : 6 × 3 = 18 €. Tarif B : 15 + 3 × 3 = 24 €.

2. f(x) = 6x et g(x) = 3x + 15. La fonction f est linéaire : le prix du tarif A est proportionnel à la durée.

3. 6x = 3x + 15 donne 3x = 15, soit x = 5. Pour 5 heures, les deux tarifs coûtent 30 €.

4. f(8) = 48 € et g(8) = 3 × 8 + 15 = 39 € : pour 8 heures, le tarif B est le moins cher.